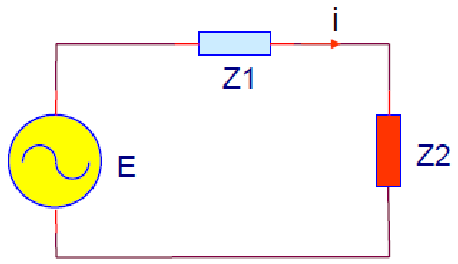
Chapitre III :

Adaptation d'impédance dans les lignes de transmission

1. Puissance maximale transmise :



Z1 = R1 + jX1
Z2 = R2 + jX2
Quelle est la valeur de Z2 pour que la puissance reçue soit maximale ?

Courant dans le circuit :

I = E/(Z1 + Z2) = E/{(R1 + R2) + j(X1 +X2)}

$$|I| = \frac{E}{\sqrt{(R_1+R_2)^2+(X_1+X_2)^2}}$$

Puissance utile reçue par Z2

$$P = R_2 I^2 = \frac{R_2 E^2}{(R_1+R_2)^2+(X_1+X_2)^2}$$

P est maximale pour : X1+X2 = 0 -----------→ **X2 = -X1**

$$X2 = -X1 \longrightarrow P = \frac{R_2 E^2}{(R_1+R_2)^2}$$

La Puissance sera maximale si,

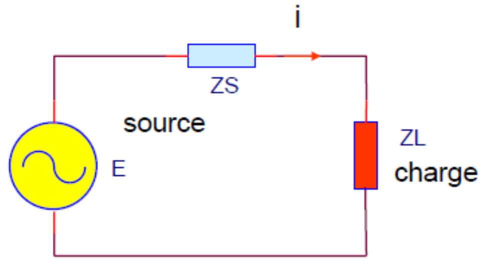
P max ?

$$\frac{dP}{dR_2} = E^2\left[\frac{(R_1+R_2)^2 - 2R_2(R_1+R_2)}{(R_1+R_2)^4}\right] = 0$$

$$\frac{dP}{dR_2} = E^2\left[\frac{(R_1+R_2)(R_1-R_2)}{(R_1+R_2)^4}\right] = 0$$

On aura : $\mathbf{R_2 = R_1}$, et donc, $\mathbf{P_{max} = E^2/4R_2}$

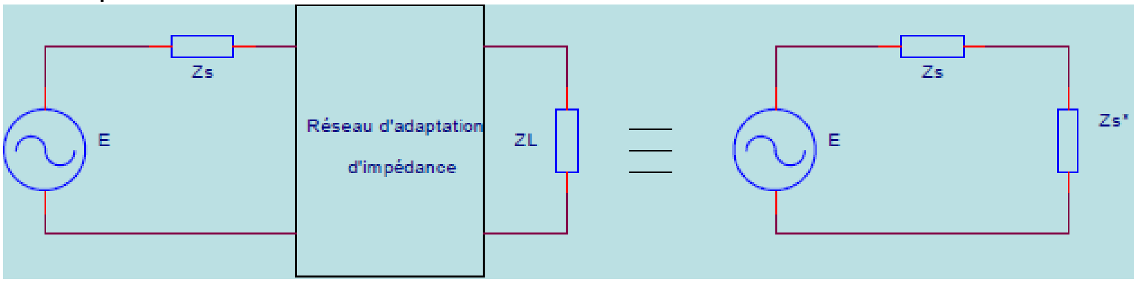
2. Adaptation :



Zs = Rs + jXs
ZL = RL + jXL
La puissance transmise par une source d'impédance ZS à une charge ZL est maximale si les deux impédances sont ***conjuguées,*** c'est-à-dire **ZL = RS – jXS**

3. Circuit d'adaptation d'impédance

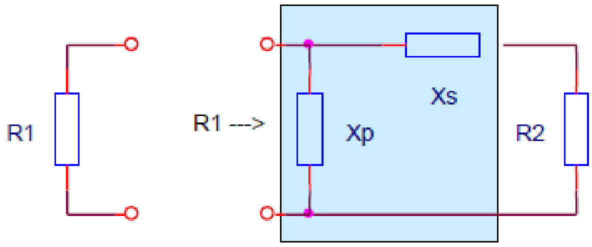
Comment transférer la puissance maximale lorsque les impédances de source et de charge sont quelconques ?



Le but du réseau d'adaptation d'impédance est de *transformer* l'impédance de charge ZL en une impédance ZS* conjuguée de celle de la source

<u>3.1 Circuit en L</u> (Cas de deux résistances pures)

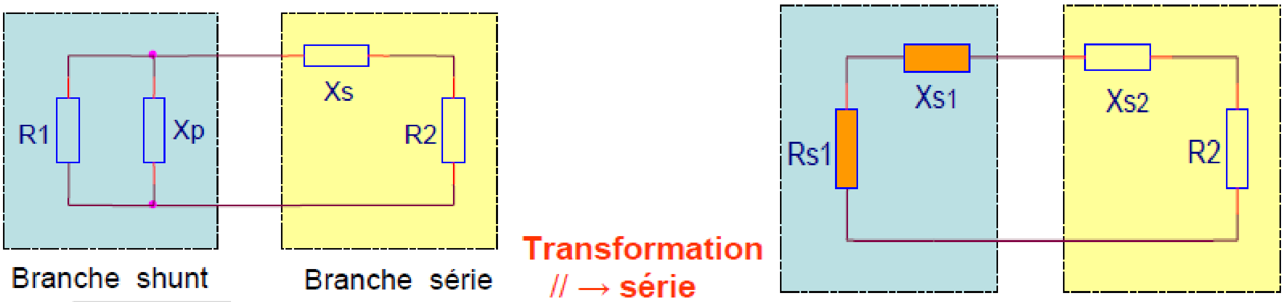
R1>R2 avec R1= n.R2 **où** n>1



Circuit en L

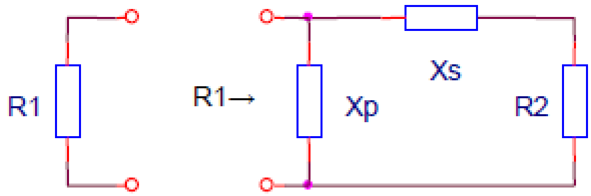
Le circuit en L se compose de deux réactances Xp (shunt) et Xs (série).
La *branche parallèle* (shunt) du L doit toujours se situer *du côté de la résistance la plus forte*.

<u>3.2 Nature de Xs et Xp</u> :



Adaptation → Zs1 = Zs2* → Xs1 = -Xs2 → signe (Xp) = - signe (Xs)
Les réactances Xs et Xp sont de signe opposé, si l'une est *capacitive*, l'autre est *inductive* et vice versa

<u>3.3 Calcul de Xs et Xp</u> (Impédance vue de R1)



Impédance vue de R1 *R1= jXp // (R2 + j Xs)*

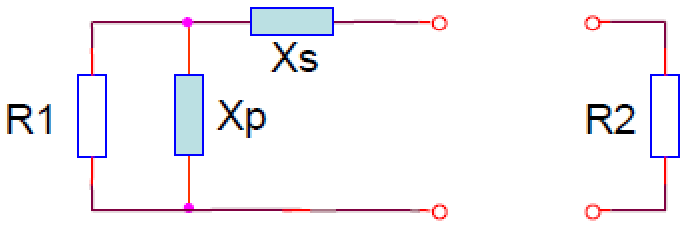
$$R_1 = \frac{jX_P(R_2 + jX_S)}{R_2 + j(X_P + X_S)} = \frac{R_2 X_P^{\,2}}{R_2^{\,2} + (X_P + X_S)^2} + j\,\frac{R_2^{\,2} X_P + X_P X_S (X_p + X_S)}{R_2^{\,2} + (X_P + X_S)^2}$$

R1 est réelle (résistance pure)

$$R_2^{\,2} X_P + X_P X_S (X_P + X_S) = 0$$

$$R_2^2 = -X_S(X_P+X_S)$$

3.4 Calcul de Xs et Xp (Impédance vue de R2)



Impédance vue de R2 *R2= jXp // (R1) + j Xs*

$$R_2 = \frac{jR_1X_P + jX_S(R_1 + jX_P)}{R_1 + jX_P} = \frac{R_1X_P^{\,2} + j\left(R_1^{\,2}(X_P + X_S) + X_P^{\,2}X_S\right)}{R_1^{\,2} + X_P^{\,2}}$$

R2 est réelle (résistance pure)

$$R_1^{\,2}(X_P + X_S) + X_P^{\,2}X_S = 0 \quad \text{donc} \quad R_2 = \frac{R_1X_P^{\,2}}{R_1^{\,2} + X_P^{\,2}}$$

3.4.1 Calcul de Xp

$$R_2 = \frac{R_1X_P^{\,2}}{R_1^{\,2} + X_P^{\,2}} \longrightarrow X_p^2 = \frac{R_2R_1^2}{R_1 - R_2}$$

$$X_p = \mp R_1\sqrt{\frac{R_2}{R_1 - R_2}}$$

Ou encore si n = R1/R2 n>1

$$X_P = \mp R_1 \frac{1}{\sqrt{n-1}}$$

3.4.2 Calcul de Xs

$$R_1^{\,2}(X_P + X_S) + X_P^{\,2}X_S = 0$$

$$R_1^{\,2} = -\frac{X_P^{\,2}X_S}{X_P + X_S}$$

$$R_2^2 = -X_S(X_P+X_S)$$

$(R_1R_2)^2 = (X_PX_S)^2$

Xp et Xs de signe opposé

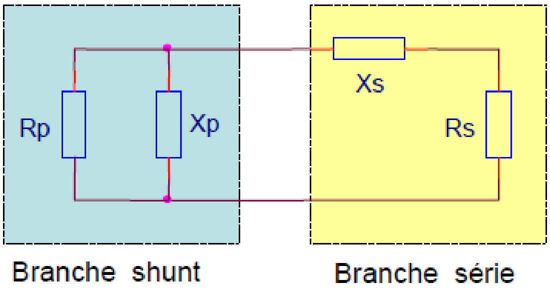
$R_1R_2 = -X_PX_S$

$$X_S = \mp\sqrt{R_2(R_1 - R_2)}$$

Ou encore si n = R1/R2 n>1

$$X_S = \mp R_2\sqrt{n-1}$$

4. Facteur de Qualité



Qp = Rp/Xp Qs = Xs/Rs

$R_P R_S = -X_P X_S \rightarrow$ |Qs| = |Qp|

$$Q_S = Q_P = \mp\sqrt{\frac{R_P}{R_S} - 1} = \mp\sqrt{n-1}$$

Avec $n = Rp/Rs > 1$

5. Méthode de calcul du réseau en L

a) déterminer le ***sens du réseau*** : la branche shunt du côté de la résistance la plus forte

b) calculer le ***rapport de transformation n*** $n = R_{forte} / R_{faible}$ n>1

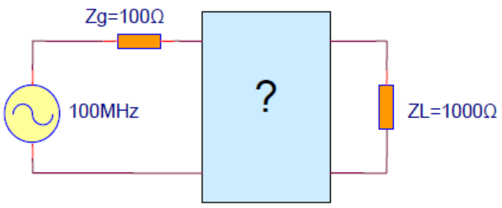
c) calculer le ***facteur de qualité*** du circuit

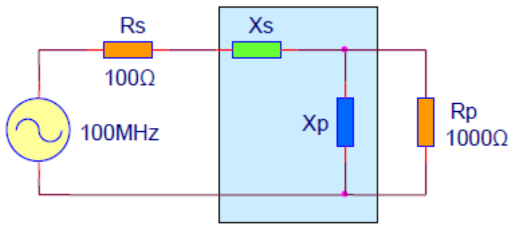
d) calculer la ***valeur des réactances Xs et Xp***

e) calculer la ***valeur des éléments*** (inductance et capacité)

f) choisir la solution ***passe haut*** ou ***passe bas*** selon l'application

6. Exemple





Avec n=10

6.1 Calcul des réactances Xs et Xp

$$Q_S = Q_P = \mp\sqrt{n-1} = \mp\sqrt{9} = \mp 3$$

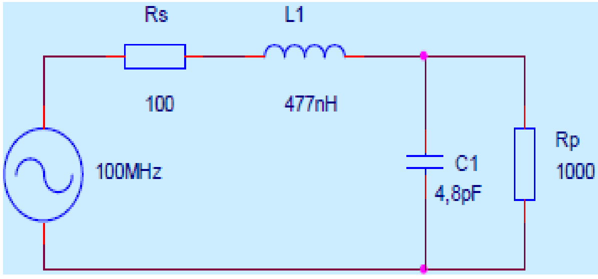
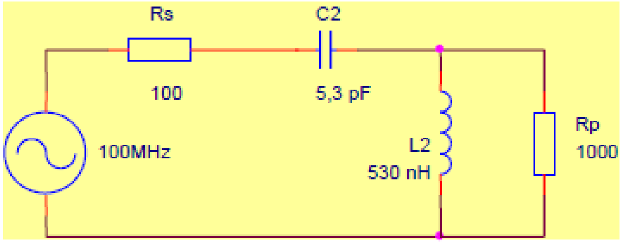
$Xs = Qs\ Rs = \pm 3.100 = \pm 300\Omega$

$Xp = Rp/Qp = \pm 1000/3 = \pm 333\Omega$

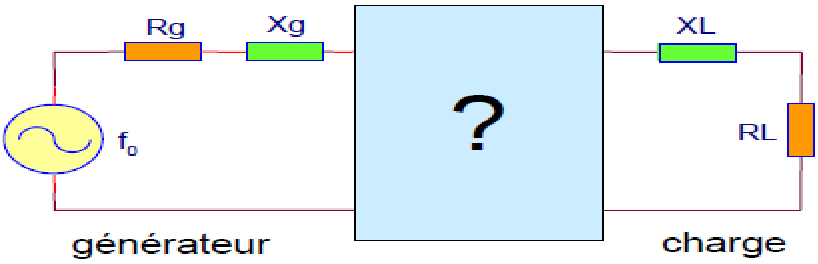
Solution 1
$X_s = 300\Omega$
$X_p = -333\Omega$

Solution 2
$X_s = -300\Omega$
$X_p = 333\Omega$

6.2 Calcul des éléments

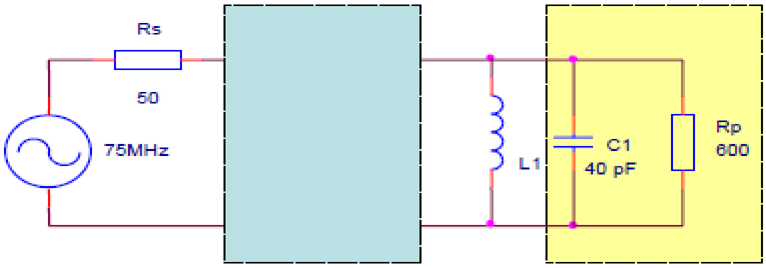
Solution 1: passe bas	Solution 2: passe haut
 	
$X_{s1} = 300\Omega$ $X_{p1} = -333\Omega$ $L1 = X_{S1}/2\pi f_0 = 300/6{,}28.100.106$ $L1 = 477nH$ $C1 = 1/2\pi f_0 X_{P1} = 1/2\pi.100.106.333$ $C1 = 4{,}8\ pF$	$X_{s2} = -300\ \Omega$ $X_{p2} = 333\ \Omega$ $C2 = 1/2\pi f_0 X_{S2} = 1/2\pi.100.106.300$ $C2 = 5{,}3\ pF$ $L2 = X_{P2}/2\pi f_0 = 333/2\pi.100.106$ $L2 = 530\ nH$

7. Cas d'impédances complexes



On se ramène au cas précédent :
• En intégrant les réactances dans le réseau d'adaptation (absorption)
• En annulant les réactances par une réactance de signe opposé (résonance)

Exemple :



$L1 = 1/C1(2\pi f0)2 = 1/(2\pi.75.106)2.40.10\text{-}12 = 112{,}6\ nH$

$$Q_S = Q_P = \pm\sqrt{\frac{600}{50} - 1} = \pm 3{,}32$$

On choisit le passe haut
XS = QSRS = 3,32.50 = 166Ω
CS =1/XS2πf0 = 1/2π.75.106.166 = 12,8 pF

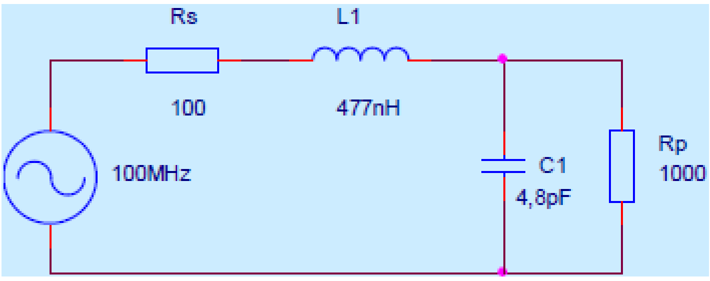
XP = RP/QP = 600/3,32 = 181Ω
LP = XP/2πf0 = 181/2π.75.106 = 384 nH

Leq = L1LP/(L1+LP) = 112,6 x 384/(112,6+384) = 87 nH

8. Bande passante de l'adaptation

L'adaptation n'est parfaite qu'à la fréquence f0

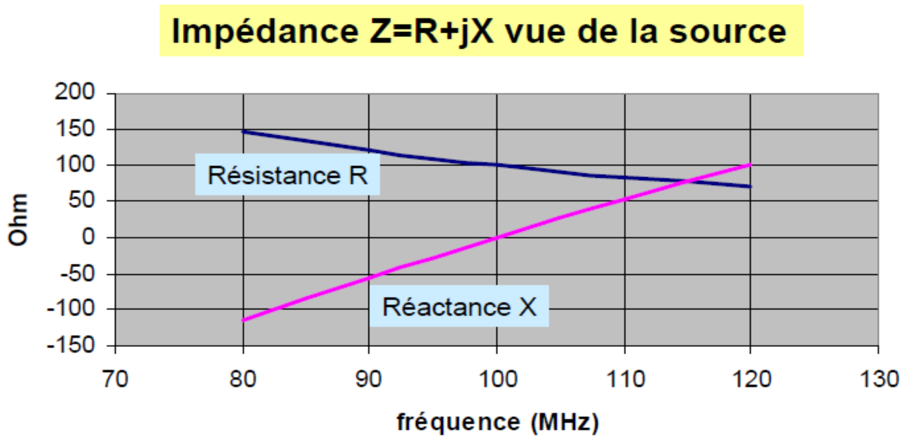
Exemple
Qs = Qp = 3
f0 = 100 MHz



Impédance vue de la source:

$$Z_{in} = jL\omega + \frac{R_L \dfrac{1}{jC\omega}}{R_L + \dfrac{1}{jC\omega}} = jL\omega + \frac{R_L}{1 + jCR_L\omega}$$

f = 95 MHz	Zin = 109,6 – j 27,4	capacitive
f = 105 MHz	Zin = 91,5 + j26,6	inductive



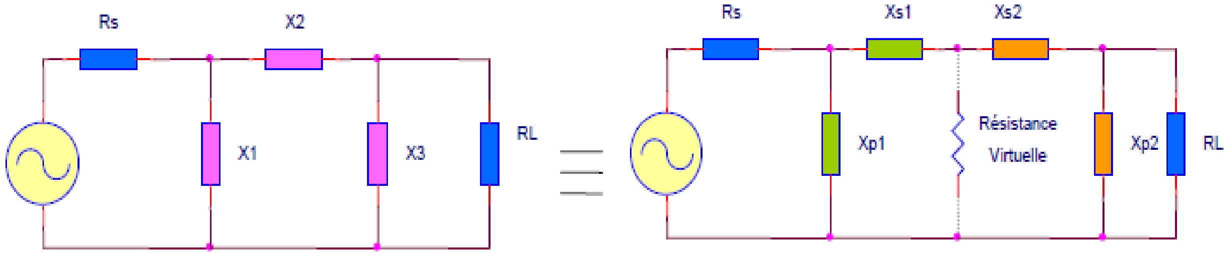
9. Q et bande passante

Le facteur de qualité Q du circuit a une importance considérable sur la bande passante :
Plus le facteur de qualité Q du circuit est élevé, plus la bande passante est étroite.
Pour un circuit en L, il n'existe qu'une seule valeur de Q permettant l'adaptation.

Choix de Q correspond à un Circuit à 3 (ou plus) réactances

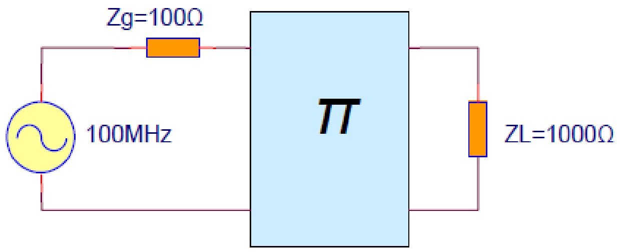
9.1 Circuit d'adaptation en π :

Les réseaux d'adaptation en Pi permettent la réalisation de circuits d'adaptation d'impédance dont le facteur de qualité Q peut prendre n'importe quelle valeur à condition qu'elle soit supérieure à celle du réseau en L'assurant la même fonction. $Q_{\pi} > Q_L$



Le réseau en Π peut être décomposé en deux réseaux en L montés en cascade et procurant une adaptation à une résistance virtuelle RV située entre les deux.
Rv < Max (Rs, RL)

Exemple



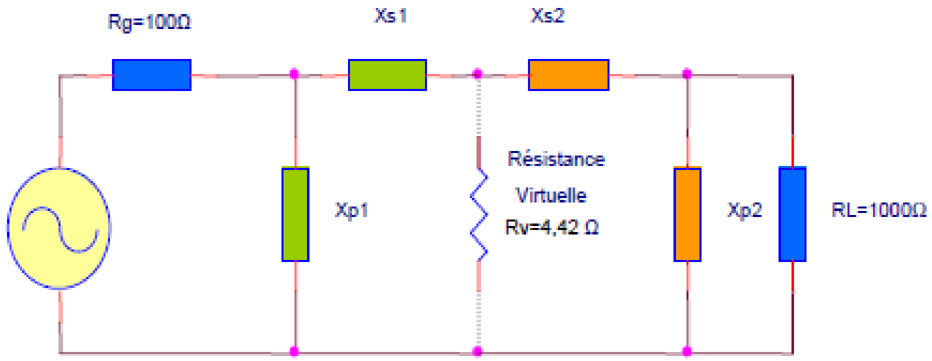
On veut Q=15

$$Q_L = \mp\sqrt{n-1} = \mp\sqrt{9} = \mp 3$$

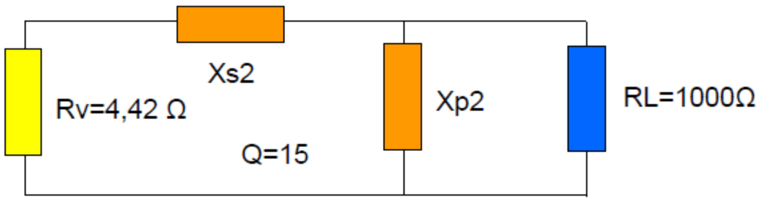
*$Q_{\pi} > Q_L$ **faisable***

$$Q = \sqrt{\frac{R_L}{R_V} - 1}$$

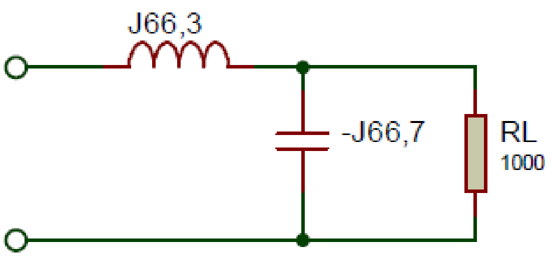
$R_V = RL/(Q^2 + 1) = 1000/(152 + 1) = 4{,}42\Omega$
F=100MHz

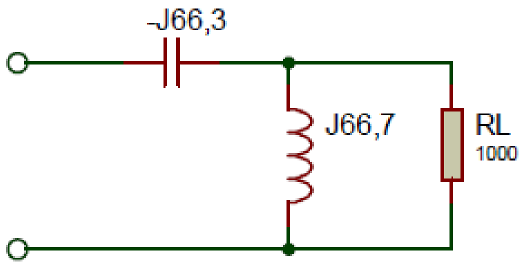


9.2 Coté charge

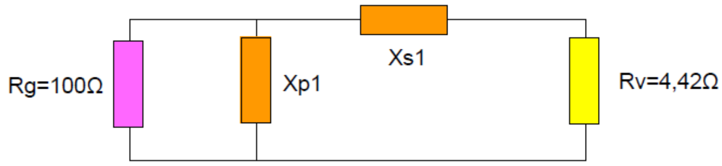


XP2 = RP/QP = RL/Q =1000/15 = 66,7Ω
XS2 = QSRS = QRV = 15.4,42 = 66,3Ω
2 solutions:





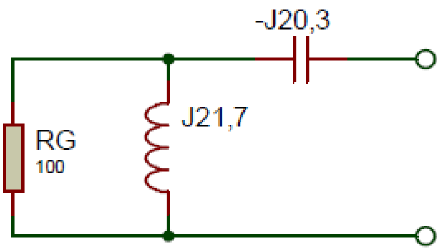
9.3 Coté source

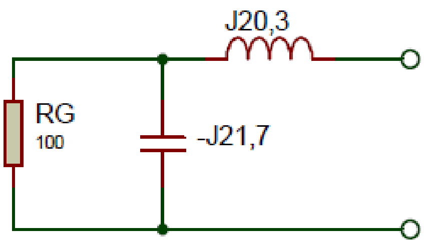


$$Q' = \sqrt{\frac{R_g}{R_V} - 1} = \sqrt{\frac{100}{4{,}42} - 1} = 4{,}6$$

Xp1 = Rg/Q' = 100/4,6 = 21,7Ω
Xs1 = Q'Rv = 4,6.4,42 = 20,3Ω

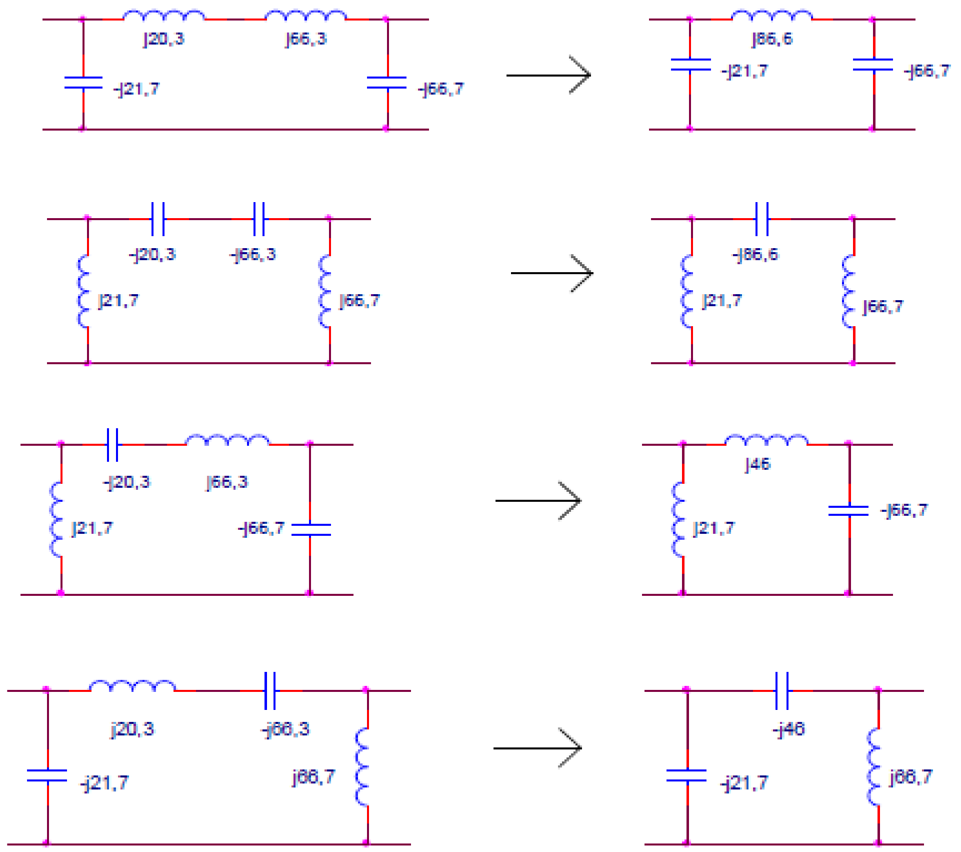
2 solutions:





9.4 Circuit en π :

Pour F=100MHz



F=100MHz

-j21,7 Ω → 74 pF
j21,7 Ω → 34 nH

-j66,7 Ω → 24pF
j66,7 Ω → 106 nH

-j86,6 Ω → 18 pF
j86,6 Ω → 138 nH

-j46 Ω → 35 pF
j46 Ω → 73 nH