Master 1 « Matériaux en GC»

Interrogation 1 – Elasticité

Nov. 2023

Enoncé + Corrigé

Enoncé

Exercice 1 (05 points) :

En un point O d'un solide élastique en forme de cube de côté « a », le tenseur des contraintes dans le repère $(\overrightarrow{x, y, z})$ d'origine O s'écrit :

$$[\sigma_{ij}]_{(x,y,z)} = \begin{bmatrix} 100 & -40 & 20 \\ -40 & -60 & 50 \\ 20 & 50 & 40 \end{bmatrix} \text{ Mpa}$$

1. / Dessiner ce solide avec ses dimensions et ses contraintes par rapport au repère $(\overrightarrow{x, y, z})$.

2. / Déterminer les composantes, par rapport au repère $(\overrightarrow{x, y, z})$, de la contrainte résultante agissant sur la surface de normale $\overrightarrow{\mathbf{y}}$.

3. / Déterminer, en Mpa, le module de la contrainte résultante agissant sur la facette de normale $\overrightarrow{\mathbf{y}}$.

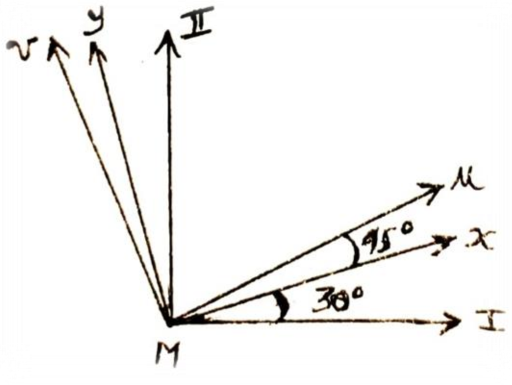
Exercice 2 (05 points) :

Au point M d'un solide élastique, origine des trois (3) repères : (I , II) ; (x ,y) ; (u ,v), on connait : la contrainte principale $\sigma_I = 12$ Mpa et la contrainte tangentielle $\tau_{uv} = -6$ Mpa.

1./ Calculer, en Mpa, la contrainte principale σ_{II}.

2./ Calculer, en Mpa, la contrainte normale σ_{xx} .

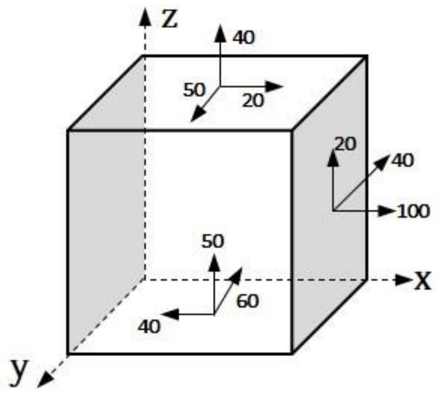
3./ Calculer, en Mpa, la contrainte normale σ_{yy} .



Corrigé

Exercice 1 (05 points) :

1./ Représentation du solide (dimensions et contraintes) par rapport au repère $(\overrightarrow{x, y, z})$:



2. / Composantes / $(\overrightarrow{x, y, z})$ de la contrainte résultante agissant sur la surface de normale $\vec{y}$:

Cette contrainte résultante est représentée comme suit dans le repère $(\overrightarrow{x, y, z})$:

$$\vec{C}(O, \vec{y}) = \begin{bmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{bmatrix} = C_x . \vec{x} + C_y . \vec{y} + C_z . \vec{z} = [\sigma_{ij}]_{(x,y,z)} . \vec{y} = \tau_{yx} . \vec{x} + \sigma_{yy} . \vec{y} + \tau_{yz} . \vec{z} = \begin{bmatrix} -40 \\ -60 \\ 50 \end{bmatrix}$$

3./ Module de la contrainte résultante $\vec{C}(O, \vec{y})$ en Mpa. :

$$\|\vec{C}(O, \vec{y})\| = (C^2_x + C^2_y + C^2_z)^{1/2} \rightarrow \vec{C}(O, \vec{n}) = ((-40)^2 + (-60)^2 + (50)^2)^{1/2} = 87{,}75 \text{ Mpa.}$$

Exercice 2 (05 points) :

1. / La contrainte principale σ_{II} :

Equation de surface entre les deux repère $(\overrightarrow{u, v})$ et $(\overrightarrow{I, II})$:
$\tau_{uv} = -(\sigma_I - \sigma_{II})/2 \;.\; \text{Sin}(2.\ 45°)$.

On a : $\tau_{uv} = -6$ Mpa et $\sigma_I = 12$ Mpa $\rightarrow$ $\sigma_{II} = 0$ Mpa.

2. / La contrainte normale σ_{xx} :

Equation de surface entre les deux repère $(\overrightarrow{x, y})$ et $(\overrightarrow{I, II})$:
$\sigma_{xx} = (\sigma_I + \sigma_{II})/2 + (\sigma_I - \sigma_{II})/2 \;.\; \text{Cos}(2.\ 30°)$ °).

On a $\sigma_I = 12$ Mpa et $\sigma_{II} = 0$ Mpa $\rightarrow$ $\sigma_{xx} = 9$ Mpa.

3. / La contrainte normale σ_{yy} :

Invariant scalaire $\mathbf{J_1}$: $\sigma_{xx} + \sigma_{yy} = \sigma_I + \sigma_{II}$ $\rightarrow$ $\sigma_{yy} = 3$ Mpa.
